LOGIK & SPELTEORI

Kopplingen mellan logik och spel går långt tillbaka (Aristoteles såg studiet av logiken, syllogismläran, som nära sammankopplad med studiet av reglerna och målsättningarna med debatterande). Detta gör att man kan tänka på meningen hos ett sanningsfunktionellt *konnektiv/operator* i termer av ett spel (det s.k. *Henkin-Hintikka spelet*).

LOGIK & SPELTEORI

Tänk er att två personer, Abelard och Eloise, är oense om huruvida ett *komplext påstående* är sant eller inte. Abelard och Eloise spelar nu genom att stegvis utmana varandra att rättfärdiga sin hållning genom att succesivt framföra enklare påståenden tills deras oenighet har reducerats till ett *enkelt/atomärt* påstående. Spelet kan nu avgöras genom att undersöka om detta påstående är sant eller inte.

Reglerna för vilka drag man för göra i ett sådant spel beror på det *komplexa påståendets form*.

FYRA LOGISKA OPERATORER

(1) Negation (symbol: ¬): förnekar ett påstående, motsvarar vardagsspråkets ”inte” och kan utläsas som ”det är inte så att…”. Tecknet placeras *framför* det som förnekas. Det förnekade kan vara en komplex sats. En negationssymbol som placeras framför ett påstående negerar detta (även om det redan innehåller en negationssymbol):

$\neg\neg P = P$ (*dubbla negationens lag*)

För varje påstående, P (atomärt eller komplext) finns det ett annat påstående, ¬P, som är sant *omm* P är falskt. (se tabell 3).

P	**¬P**
T	*F*
F	*T*

Tabell 3: *Sanningvärdestabell för negation* (¬).

FYRA LOGISKA OPERATORER

(2) *Konjunktion* (symbol: &, $\wedge$): länkar samman två påståenden, motsvarar vardagsspråkets "och" (notera att t.ex "men" är i logiskt bemärkelse detsamma som "och"). Tecknet placeras *mellan* två påståenden (atomära och/eller komplexa). Varje delpåstående kallas för en konjunkt. Notera att den temporala aspekten av satser såsom ”Frits blev full *och* kräktes" försvinner.

P&Q (P och Q)

är sann *omm* både P och Q är sanna (och falsk antingen om P eller Q, eller både P och Q är falska). (se tabell 4). Detta ger att vi om vi förbinder oss att se P&Q som sann så är vi förpliktade att ta *både* P och Q som sanna.

P	**Q**	**P&Q**
T	T	*T*
T	F	*F*
F	T	*F*
F	F	*F*

Tabell 4: *Sanningvärdestabell för konjunktion* (&).

FYRA LOGISKA OPERATORER

(3) *Disjunktion:* (symbol: V) motsvarar "eller". Tecknet placeras *mellan* två påståenden (atomära och/eller komplexa). Varje delpåstående kallas för en disjunkt. Notera att vi har att göra med ett sk. *inklusivt eller* (dvs. inte "antingen eller" utan "åtminstone något av dessa").

PVQ (P eller Q)

är sann i fallen då P eller Q, eller både P och Q är sanna, annars (dvs. när både P och Q är falska) är den falsk. (se tabell 5). Detta ger att vi om vi förbinder oss att se PVQ som falsk så är vi förpliktade att ta *både* P och Q som falska.

P	**Q**	**PVQ**
T	T	*T*
T	F	*T*
F	T	*T*
F	F	*F*

Tabell 5: *Sanningvärdestabell för disjunktion* (V).

FYRA LOGISKA OPERATORER

Sats	**Verifikation**	**Falsifikation**
P&Q är sann P&Q är falsk	Både P, Q är sanna En av P, Q är Falsk	En av P, Q är falsk. Både P, Q är falska.
PVQ är sann PVQ är falsk	En av P, Q är sann Både P, Q är falska.	Både P, Q är falska. En av P, Q är sanna
¬P är sann ¬P är falsk	P är falsk P är sann	P är sann P är falsk

Tabell 6: *Sammanfattning*

FYRA LOGISKA OPERATORER

Vi kan nu se att P&Q (P och Q) logiskt implicerar PVQ (P eller Q) eftersom PVQ är sann på alla rader i tabellen där P&Q är sann (den första raden). Tabellen visar alltså att PVQ är en tautologisk (och följaktligen logisk) konsekvens av P&Q.

P	**Q**	**P&Q**	**PVQ**
T	*T*	*T*	*T*
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	F

Tabell 7:
Sanningvärdestabell för P&Q, PVQ.

FYRA LOGISKA OPERATORER

Nu kan vi visa att PV¬P (P eller ¬P) är en *tautologi* ($=_{df}$ sant oavsett vilka sanningsvärden vi ger de atomära satserna), eller med andra ord: Antingen eller gäller! Om man tittar i den sist ifyllda kolumnen (med satsens primära konnektiv V) så ser vi att den är sann under alla omständigheter.

P	**V**	**(¬P)**
T	*T*	F
F	*T*	T

Tabell 8: *Sanningvärdestabell för* PV(¬P).

FYRA LOGISKA OPERATORER

(4) *(Materiell) Implikation* (symbol: →) motsvarar "om… så…". Notera att implikationer är asymmetriska och att det därför är viktigt att rätt påstående hamnar på rätt sida om operatorn. Påståendet på vänstersidan kallas *antecedenten* (försatsen/förledet) och påståendet på högersidan *konsekventen* (eftersatsen/efterledet).

P→Q (Om P så Q)

är sann *omm* antingen både P och Q är sanna, P är falsk och Q är sann, eller båda är falska. (se tabell 5).

P	**Q**	**P→Q**
T	T	*T*
T	F	*F*
F	T	*T*
F	F	*T*

Tabell 9: *Sanningvärdestabell för materiell implikation* (→).

FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(1) *Bekräftande av förledet (modus ponens):* den vanligaste formen. Utgår från en villkorssats, bekräftar att förledet föreligger och drar sedan efterledet som slutsats. Villkorssatsen innebär att P är ett *tillräckligt* villkor för Q och om P föreligger så *måste* Q föreligga.

FORMELL STRUKTUR:	EXEMPEL:
(P1): $P \rightarrow Q$	Om Frits får chips så blir han glad.
(P2): P	Frits får chips.
(C): Q	Alltså; Frits blir glad.

FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(1) *Bekräftande av förledet (modus ponens):* den vanligaste formen. Utgår från en villkorssats, bekräftar att förledet föreligger och drar sedan efterledet som slutsats. Villkorssatsen innebär att P är ett *tillräckligt* villkor för Q och om P föreligger så *måste* Q föreligga.

P	**Q**	**P→Q**	**P&(P→Q)**	**(P&(P→Q)) →Q**
T	T	T	T	*T*
T	F	F	F	*T*
F	T	T	F	*T*
F	F	T	F	*T*

Tabell 10: *Sanningsvärdestabell för modus ponens.*

FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(2) *Förnekande av efterledet (modus tollens):* Utgår från en villkorssats, förnekar att efterledet föreligger och drar sedan förnekandet av förledet som slutsats. Villkorssatsen innebär att Q är ett nödvändigt villkor för P och om inte Q föreligger så kan inte P heller vara fallet, alltså måste ¬P gälla.

FORMELL STRUKTUR:	EXEMPEL:
(P1): P→Q	Om Frits får chips så blir han glad.
(P2): ¬Q	Frits är inte glad.
(C): ¬P	Alltså fick Frits inte chips.

FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(2) *Förnekande av efterledet (modus tollens):* Utgår från en villkorssats, förnekar att efterledet föreligger och drar sedan förnekandet av förledet som slutsats. Villkorssatsen innebär att Q är ett nödvändigt villkor för P och om inte Q föreligger så kan inte P heller vara fallet, alltså måste ¬P gälla.

I det här läget har vi antagit att (P→Q) är sann och att Q är falsk. Den enda raden som tillfredsställer dessa krav är den fjärde och där är även P falsk, alltså i varje instans där (P→Q) är sann och Q är falsk (¬Q är sann) måste P också vara falsk (¬P sann).

P	**Q**	**P→Q**
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	*F*	*T*

FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(3) *Disjunktiv syllogism:* Utifrån att alla disjunkter utom en *inte* föreligger drar man slutsatsen att den återstående disjunkten föreligger.

FORMELL STRUKTUR:	EXEMPEL:
(P1): PVQ	Jag är hemma eller så är du hemma.
(P2): ¬P	Du är inte hemma.
(C): Q	Alltså är jag hemma.

Eftersom disjunktion innebär att åtminstone någon av disjunkterna måste vara sann(a) för att den skall vara sann innebär det att vi kan sluta oss till att om PVQ och ¬P är sanna så måste Q vara sann.

P	**Q**	**PVQ**	**¬P**	**Q**
T	T	T	F	T
T	F	T	F	F
F	*T*	*T*	*T*	*T*
F	F	F	T	*F*

FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(4) *Kedjeargument:* Genom att flera komplexa påståenden delar vissa (atomära) påståenden så kan de länkas ihop till ett längre argument. Så här:

EXEMPEL:

(P1): Om Alice dricker te så dricker den vita kaninen te.

(P2): Om den vita kaninen dricker te så dricker den galne hattmakaren te.

(P3): Alice dricker te,

(C): Den galne hattmakaren dricker te.

FORMELL SRTUKTUR:

$$P \rightarrow Q$$
$$Q \rightarrow R$$
$$\underline{P}$$
$$R$$

TVÅ FELSLUT

(1) *Förnekande av förledet:* Felet ligger i att man blandar ihop nödvändiga och tillräckliga villkor. Den första premissen uttrycker bara ett tillräckligt villkor, inte ett nödvändigt.

FORMELL STRUKTUR:	EXEMPEL:
(P1): $P \rightarrow Q$	Om Frits får chips så blir han glad.
(P2): $\neg P$	Frits får inte chips.
(C): $\neg Q$	Alltså; Frits är inte glad.

,

Jag har andra glädjekällor än chips, de är inte nödvändiga för att jag ska bli glad.

TVÅ FELSLUT

(2) *Bekräftande av efterledet:* Felet ligger i att man blandar ihop nödvändiga och tillräckliga villkor (igen!).

FORMELL STRUKTUR:	EXEMPEL:
(P1): $P \rightarrow Q$	Om Frits får chips så blir han glad.
(P2): Q	Frits är glad.
(C): P	Alltså; Frits har fått chips.

Återigen: jag har andra glädjekällor än chips och kan alltså vara glad av andra anledningar.

MODUS PONENS

(logiskt giltig)

$$P \rightarrow Q$$

$$\underline{P}$$

$$Q$$

MODUS TOLLENS

(logiskt giltig)

$$P \rightarrow Q$$

$$\underline{\neg Q}$$

$$\neg P$$

DISJUNKTIV SYLLOGISM

(logiskt giltig)

$$P \vee Q$$

$$\underline{\neg P}$$

$$Q$$

KEDJEARGUMENT

(logiskt giltig)

$$P \rightarrow Q$$

$$Q \rightarrow R$$

$$\underline{P}$$

$$R$$

FÖRNEKANDE AV FÖRLEDET

(logiskt ogiltig)

$$P \rightarrow Q$$

$$\underline{\neg P}$$

$$\neg Q$$

BEKRÄFTANDE AV EFTERLEDET

(logiskt ogiltig)

$$P \rightarrow Q$$

$$\underline{Q}$$

$$P$$

RELATIONEN MELLAN DEDUKTIVA OCH INDUKTIVA ARGUMENT

Ibland är det svårt att avgöra om ett argument är avsett att vara induktivt eller deduktivt. Ibland kan slutledningsindikatorerna hjälpa oss. Uttryck såsom:

“Det följer att …” “Då kan inte …”

“Alltså måste …”

Tyder på att ett argument är avsett att tolkas som deduktivt.

ORDINARY LANGUAGE PHILOSOPHY

Of those to whom this, the formaliser's dream, appears a mere dream (I am one of them), some maintain that the logic of every-day statements and even the logic of the statements of scientists, lawyers, historians and bridge-players cannot in principle be adequately represented by the formulae of formal logic. The so-called logical constants do indeed have, partly by deliberate prescription, their scheduled logical powers; but the non-formal expressions both of everyday discourse and of technical discourse have their own unscheduled logical powers, and these are not reducible without remainder to those carefully wired marionettes of formal logic.

Gilbert Ryle, "Ordinary Language", 1953

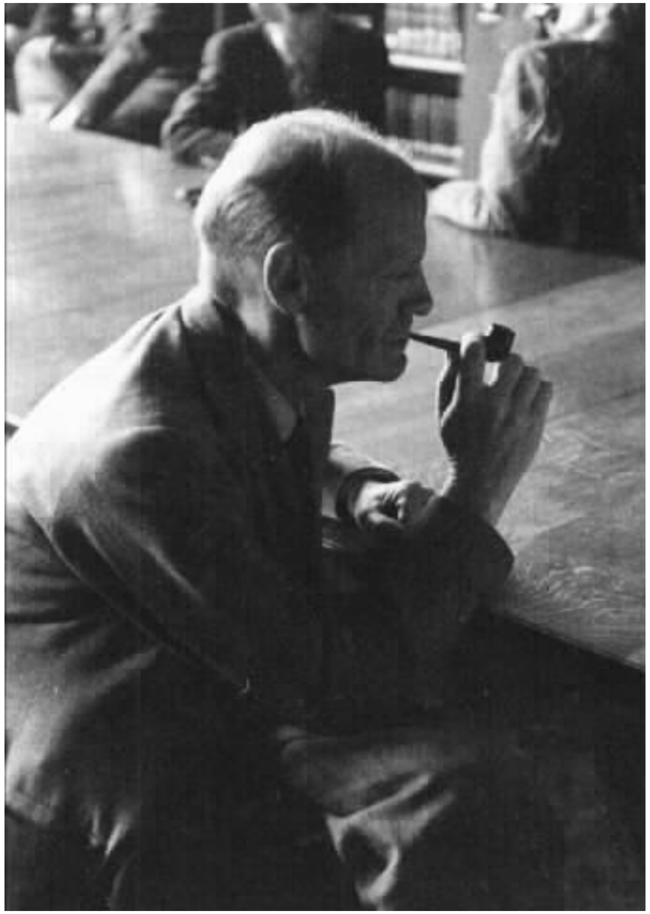

Fig. 21: *Gilbert Ryle*

KRITISKT TÄNKANDE I VÄRDEFRÅGOR

6: Induktion

Induktion och deduktion

DEL 1

INDUKTION & DEDUKTION

I *deduktiva argument* bygger den *logiska styrkan* enbart på strukturen. *Om* de är *giltiga* är deras logiska styrka alltid *maximal*, dvs. *Om* premisserna är sanna så *måste* slutsatsen vara det också.

Deduktiva resonemang klargör alltså implikationerna av vad som finns i premisserna.

Detta innebär strikt taget att deduktiva resonemang *inte ökar vår kunskapsmängd* eftersom de egentligen bara gör explicit vad som låg i premisserna hela tiden.[1]

[1]Det kan ju förstås vara nyttigt för oss att få svart på vitt vad som följer av det vi håller för sant, det kan ju vara saker vi inte tänkt på, men något nytt är det i strikt mening egentligen inte.

INDUKTION & DEDUKTION

Alltså:

Det gäller för alla *giltiga* deduktiva argument att deras premisser redan implicit innehåller informationen som uttrycks i slutsatsen.

INDUKTION & DEDUKTION

Tänker man på detta kan det vara lättare att greppa det här med maximal logisk styrka:

Om slutsatsen finns implicit i premisserna så innebär ju det att ett försanthållande av premisserna *är* ett försanthållande av slutsatsen.

Deduktivt resonerande är alltså inkapabelt att generera ny kunskap!

INDUKTION & DEDUKTION

Deduktiva argument utmärks av att deras logiska styrka är *maximal* (om de är giltiga det vill säga) och att de strängt taget inte tillför någonting till vår kunskapsmängd. (De rapar bara upp implikationerna av premissernas innehåll).[1]

Induktiva argument däremot utmärks av att deras logiska styrka är en *gradfråga* och att de potentiellt kan *öka* vår kunskapsmängd.

[1]Detta är i vart fall en vanlig bild och en som ges av Huges et al. s. 203-204, men man kan också utgå från premisser som man inte är säker på om man bör ha tilltro till och härleda konsekvenser ur dessa för att undersöka hur dessa konsekvenser passar ihop med andra saker vi tror på. Om vi upptäcker att de inte passar ihop så måste någonting överges och vår trosföreställningsmängd korrigeras. S. k. *Hypotetisk-deduktiv* metod.

Induktivt resonerande

DEL 2

INDUKTIVT RESONERANDE

Induktivt resonerande har alltså potentialen att öka vår kunskapsmängd.

Tyvärr måste vi dock ge upp den absoluta garantin som vi fick genom giltig deduktion.

Slutsatser dragna från induktiva argument kan bara vara mer eller mindre *sannolika*.

INDUKTIVT RESONERANDE

I induktiva argument bygger den logiska styrkan inte enbart på strukturen utan själva innehållet är också viktigt (strukturen är fortfarande relevant).

Den logiska styrkan hos induktiva argument är *alltid* en *gradfråga*.

Utifrån vissa premisser är slutsatsen *mer eller mindre sannolik*.

INDUKTIVT RESONERANDE

En induktiv slutledning utgår från vår begränsade erfarenhet och drar slutsatser om saker som går utanför denna erfarenhet.

Två steg:

(1): Vi observerar ett antal *x* sådana att de alla är *F*.

(samtidigt som vi *inte* observerar några *x* sådana att de inte är *F*. ($\neg Fx$).

(2): Där ur drar man slutsatsen att alla *x* är *F*. ($\forall x(Fx)$).

INDUKTIVT RESONERANDE

I en induktiv slutledning utgår man alltså från ett antal observationer, där två saker regelmässigt har åtföljt varandra. Från detta sluter vi oss till att detta även måste gälla i framtiden.

INDUKTIONSPROBLEMET

Hur rättfärdigar man sådana slutledningar?

Ett svar är att vi kan ha tilltro till induktiva slutledningar därför att de har visat sig resultera i sanna slutsatser tidigare. Men eftersom detta i sig är ett exempel på en induktiv slutledning är argumentet cirkulärt. Vi kan kanske inte ens säga att denna typ av resonerande leder till slutsatser rörande sannolikhet eftersom det förutsätter ett antagande om att det förflutna kan hjälpa oss att förutspå framtiden.

Detta är en formulering av det så kallade *induktionsproblemet*.

INDUKTIONSPROBLEMET

When they propose to establish the universal from the particulars by means of induction, they will effect this by a review of either all or some of the particulars. But if they review some, the induction will be insecure, since some of the particulars omitted in the induction may contravene the universal; while if they are to review all, they will be toiling at the impossible, since the particulars are infinite and indefinite.

Sextus Empiricus (160-210)
Outlines of Pyrrhonism

Fig. 22: *Sextus Empiricus*

INDUKTIONSPROBLEMET

“[D]id Bacon provide any logical justification for the principles and methods which he elicited and which scientists assume and use? He did not, and he never saw that it was necessary to do so. There is a skeleton in the cupboard of Inductive Logic, which Bacon never suspected and Hume first exposed to view. Kant conducted the most elaborate funeral in history, and called Heaven and Earth and the Noumena under the Earth to witness that the skeleton was finally disposed of. But, when the dust of the funeral procession had subsided and the last strains of the Transcendental Organ had died away, the coffin was found to be empty and the skeleton in its old place. Mill discretely closed the door of the cupboard, and with infinite tact turned the conversation into more cheerful channels. […] May we venture to hope that when Bacon's next centenary is celebrated the great work which he set going will be completed; and that Inductive Reasoning, which has long been the glory of Science, will have ceased to be the scandal of Philosophy?”

(C. D. Broad. *Ethics and The History of Philosophy,* 1952: 142-3.)