Logik Grundkurs – övningar 1

Lärare: Robin Stenwall

1. Övning 3.24 s. 88 (Barwise-Etchemendy)
2. Översätt satserna nedan till FOL med följande symboler
   Konstantsymboler:
   h := Harry ; r := Ron ; he := Hermione ; s:= Severus, m:= osynlighetsmanteln
   Funktionssymboler:
   i(x): = innehavaren av x
   Predikatsymboler:
   = := identitet
   S(x): x är en student på Hogwarts
   P(x,y) := x är ys lärare
   C(x,y) := x är klasskamrat med y   [anta att C är transitiv och symmetrisk]
   T(x,y):= x tycker om y

a) Ron, Harry och Hermione är studenter på Hogwarts
b) Harry innehar osynlighetsmanteln
c) Harry, Ron och Hermione är klasskamrater och Severus är deras lärare
d) Harry är elev till Severus även om han (Harry) inte tycker om honom (Severus)

3. Övningar 4.4. till 4.7 s. 104
4. Övningar 4.12 till 4.18 s. 109

5. Undersök med hjälp av sanningsvärdestabeller huruvida följande satser är *tautologt ekvivalenta*
   (i) $(A \wedge B) \rightarrow C$
   (ii) $A \rightarrow (B \rightarrow C)$

6. Undersök med hjälp av sanningsvärdestabeller huruvida
   (i) $B \vee C$ är en *konsekvens* av $A \vee B$ och $A \rightarrow C$
   (ii) C är en *konsekvens* av $A \vee B$, $B \rightarrow C$, $A \vee C$

7. (a) Visa med hjälp av sanningstabeller att följande satser är tautologiskt ekvivalenta:

$$(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$$
$$\neg(\neg A \vee \neg B) \rightarrow (A \vee B)$$
$$\neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (A \vee B)$$

   Ekvivalensen följer av *principen för uniform substitution*

   Om $P \Leftrightarrow Q$ så $R(P) \Leftrightarrow R(Q)$

   (b) Vi vet redan (sekt. 4.5) att de följande är ekvivalenta:

   Dubbel negation: $\neg\neg A \Leftrightarrow A$;
   DeMorgan 1: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$;
   DeMorgan 2: $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

   Genom dem kan ni nu visa följande. Hur?

*DeMorgan 1**: $(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg(\neg A \vee \neg B)$
*DeMorgan 2**: $(A \vee B) \Leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B)$

(c) Bevisa *Dubbel negation, DeMorgan 1, DeMorgan 2, DeMorgan 1** och *DeMorgan 2** med hjälp av *Fitch.* Dvs. att bevisa t.ex. slutsatsen $\neg\neg A$ från premissen A och A från $\neg\neg A$

(d) * [sect. 4.5-4.6] Använd *uniform substitution*, *DeMorgans lagar*, *dubbel negation*, och *distributionslagarna* för att förvandla

(i) $(P \rightarrow (Q \wedge R)) \vee \neg(P \vee \neg(R \vee S))$ till NNF (negation normal form) och DNF (disjunctive normal form), och

(ii) $(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$ till CNF (conjunctive normal form).

[Tips för (i) $P \rightarrow Q$ är tautologiskt ekvivalent med $\neg P \vee Q$]

8. Behandla (i) och (ii) i övning 5. Kan du bevisa, med *Fitch,* (i) från premissen (ii) och tvärtom?
9. Betrakta följande konnektiv

A	B	A#B
S	S	F
S	F	S
F	S	F
F	F	S

a) Kan du på ett informellt sätt förklara vad # betyder?
b) Uttryck konnektiven enbart med hjälp av $\vee$,$\wedge$ och $\neg$ [*sanningsfunktionell fullständighet*]
c) Gör detsamma som i (b) endast med hjälp av $\neg$ och $\wedge$
d) Kontrollera om (b) och (c) är en korrekt översättning med hjälp av sanningstabeller.