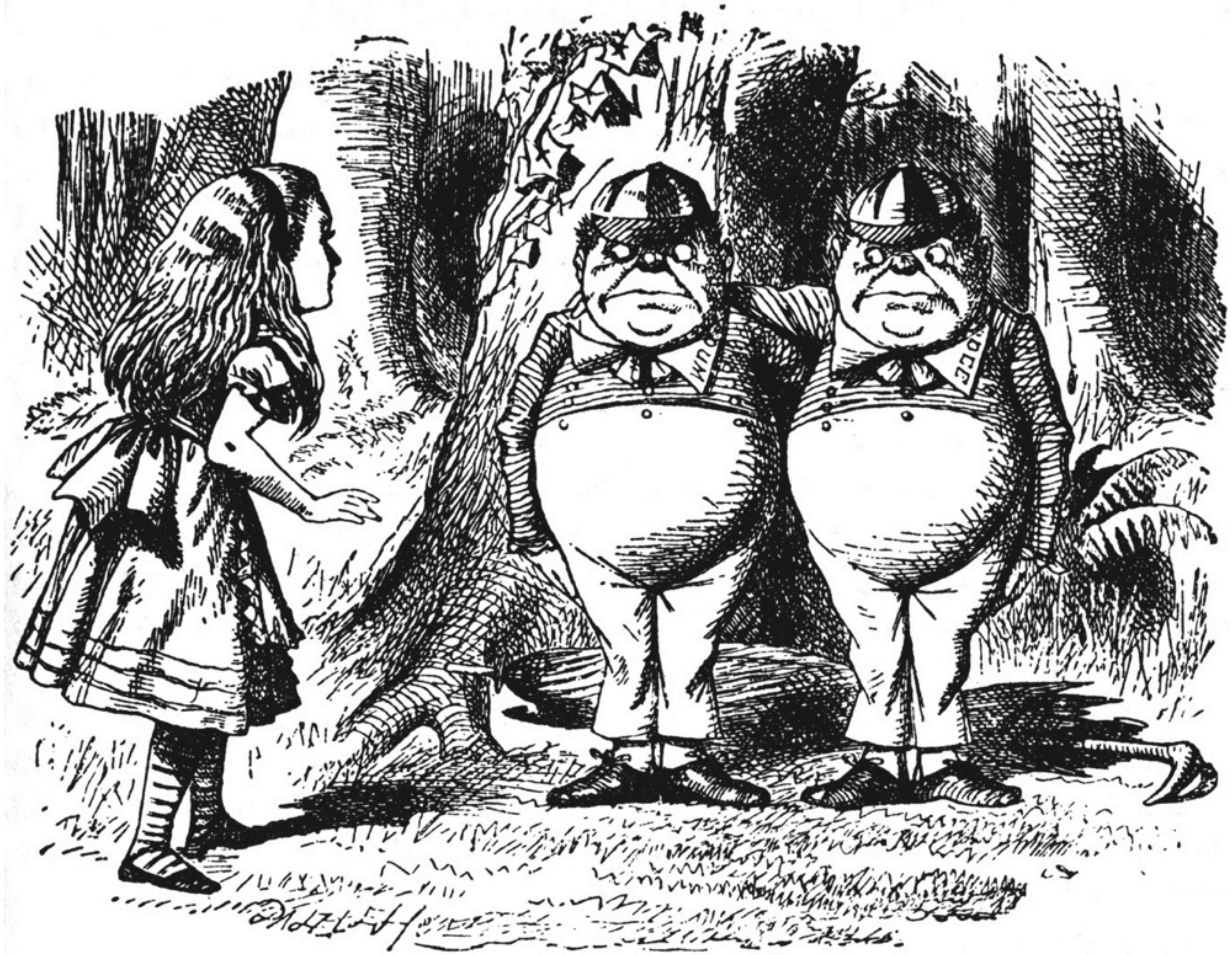
# KRITISKT TÄNKANDE I VÄRDEFRÅGOR

## 5: Deduktion

Deduktivt resonerande

# DEL 1



“Contrariwise,” continued Tweedledee, “if it was so, it might be; and if it were so, it would be as it isn’t , it ain’t. That’s logic.”

(Lewis Carroll, *Through the Looking-Glass,* 1872)

# DEDUKTIVT RESONERANDE

(Som vi tidigare påpekat) har argument två aspekter: *innehåll* och *struktur*.

I *deduktiva argument* bygger den *logiska styrkan* enbart på strukturen. *Om* de är giltiga är deras logiska styrka alltid *maximal*, dvs. *Om* premisserna är sanna så *måste* slutsatsen vara det också.

Ofta använder man formaliseringar för att åskådliggöra deduktiva arguments struktur.

Deduktivt resonerande

# REPETITION

# SUNDA ARGUMENT

Ett *sunt* argument ger oss en *sann* eller *godtagbar* slutsats (dvs. vi strävar efter sunda argument när vi argumenterar).

Ett argument är sunt om och endast om (omm, eng. iff):

(i) det har *sanna* eller *godtagbara* premisser, och;

(ii) det har *logisk styrka/är giltigt*.

OBSERVERA: även ett osunt argument kan *råka* ha en sann/godtagbar slutsats.

# LOGISK STYRKA

*Logisk styrka:* en central egenskap hos ett argument. Ju mer stöd premisserna ger åt slutsatsen, desto mer logisk styrka har argumentet (logisk styrka är alltså en gradfråga, men observera att när vi har att göra med ett *giltigt deduktivt argument* så är den logiska styrkan *alltid maximal*).

**OBSERVERA: Ett arguments logiska styrka säger ingenting om huruvida dess premisser eller slutsats är godtagbara eller sanna. Den har bara att göra med *förhållandet* mellan premisserna och slutsatsen: *om* premisserna är godtagbara så är det sannolikt, eller t.o.m. *säkert,* att slutsatsen också är det.**

Vi kan alltså testa logisk styrka kontrafaktiskt: ”*Om* premisserna vore sanna, skulle slutsatsen då vara acceptabel/följa med nödvändighet?”

# TRE CENTRALA BEGREPP

(i) *Sanning*: en egenskap som tillkommer utsagor, *inte* slutledningar.

(ii) *Logisk styrka*: en egenskap som tillkommer slutledningar, *inte* utsagor. Logiskt styrka har att göra med förhållandet mellan premisserna och slutsatsen.

| | |
|---|---|
| P1: *Frits är kungen av Norge* (F) | P1: *Frits bor i Malmö* (S) |
| P2: *Kungen av Norge bor i Täby* (F) | P2: *Norge är en monarki* (S) |
| C: *Frits bor i Täby* (F) | C: *Guld är en metall* (S) |
| Maximal logisk styrka | Minimal logiskt styrka |

(iii) *Sundhet*: en egenskap som tillkommer argumentet som helhet. När det gäller deduktiva argument är ett argument sunt omm: (a) det är *giltigt*, och (b) det har *sanna* premisser.

# GILTIGHET

Giltighet är en speciell form av logisk styrka (den är som tidigare sagts *maximal*) och ett *formellt giltigt argument* kan definieras som ett argument där slutsatsen *med nödvändighet följer av premisserna*.

P1: *Alla greker är människor*

P2: *Alla människor är dödliga*

C: *Alla greker är dödliga*

Logisk giltighet: *ett argument är logiskt giltigt omm varje argument med samma logiska form är sådant att om det har sanna premisser, så har det en sann slutsats.*

# HUR SKILJER MAN ETT LOGISKT GILTIGT DEDUKTIVT ARGUMENT FRÅN ETT OGILTIGT?

(1) Formella metoder (mekanisk beräkning)

(2) Informella metoder

*(a) Visualiserande*: försök att föreställa dig en situation där premisserna är sanna men slutsatsen är falsk.

*(b) Konstruera ett alternativt argument med samma logiska struktur*: försök formulera ett annat argument, med samma logiska form (men annat innehåll), som det argument du vill avgöra giltigheten i som är uppenbart ogiltigt.

# ÖVNING

Anta att du ska bedöma huruvida följande deduktiva argument är ett giltigt argument:

(P1): Vegetarianer äter inte rostbiff.

(P2): Alice åt inte rostbiff.

(C): Alice var vegetarian.

# ÖVNING

Du urskiljer först och främst ovanstående arguments form:

(P1): Alla X är Y
(P2): a är Y
<u>(P2): a är Y</u>

(C): a är X

# ÖVNING

Du formulerar ett annat argument med samma form som är uppenbart ogiltigt:

(P1): Alla katter är köttätare

(P2): Kungen är köttätare

(C): Kungen är en katt

Dvs. Alice kan ha struntat i rostbiffen av andra anledningar.

# TVÅ TYPER AV PÅSTÅENDEN

(1) *Enkla (atomära):* påståenden ur vilka man inte kan bryta ut ett annat meningsfullt påstående. Dessa påståenden är basen i deduktivt resonerande och betecknas ofta med bokstäver såsom P, Q, och R. Denna substitution av innehållet i påståendena mot en variabel är möjlig eftersom deduktiva slutledningar har sin logiska styrka i kraft av sin form.

(2) *Komplexa*: utgår från atomära påståenden och sätter ihop dem på ett sätt som gör att det blir möjligt att bryta ut andra påståenden ur dem.

# ATOMÄRA PÅSTÅENDEN

Atomära påståenden uttrycker enkla sakförhållanden: att någonting har en viss egenskap eller att flera objekt står i en viss relation till varandra. Till exempel:

“Bollen är rund”

“Choklad är fett”

“Hemingway jagar”

“De Quincey är en knarkare”

# KOMPLEXA PÅSTÅENDEN

Komplexa påståenden bildas genom att en sk. *operator* läggs till ett eller flera atomära påståenden. I vardagsspråk motsvaras operatorer (även kallade *konnektiv*) ofta av olika bindeord.

Alltså: Atomärt/atomära påstående + operator = komplext påstående.

”Bollen är *inte* rund”   ”Hemingway jagar *inte*”

”Choklad är fett *och* de Quincey är en knarkare”

# SANNINGSFUNKTIONELLA PÅSTÅENDEN

Påståenden där operatorer modifierar enkla påståenden kallas *sanningsfunktionella* eftersom deras eventuella sanning är en funktion av de enkla påståendenas sanning.

Reglerna för giltig deduktion säger att den eventuella sanningen hos påståendena i premisserna också förs över till slutsatsen.

# FYRA LOGISKA OPERATORER

*(1) Negation* (symbol: ¬): förnekar ett påstående, motsvarar vardagsspråkets ”inte”. Tecknet placeras *framför* det som förnekas. Det förnekade kan vara en komplex sats. En negationssymbol som placeras framför ett påstående negerar detta (även om det redan innehåller en negationssymbol):

¬¬P = P (*dubbla negationens lag*)

För varje påstående, P (atomärt eller komplext) finns det ett annat påstående, ¬P, som är sant *omm* P är falskt. (se tabell 3).

| **P** | **¬P** |
|---|---|
| T | *F* |
| F | *T* |

Tabell 3: *Sanningvärdestabell för negation* (¬).

# FYRA LOGISKA OPERATORER

(2) *Konjunktion* (symbol: &, $\wedge$): länkar samman två påståenden, motsvarar vardagsspråkets "och" (notera att t.ex "men" är i logiskt bemärkelse detsamma som "och"). Tecknet placeras *mellan* två påståenden (atomära och/eller komplexa). Varje delpåstående kallas för en konjunkt. Notera att den temporala aspekten av satser såsom ”Frits blev full *och* kräktes” försvinner.

P&Q (P och Q)

är sann *omm* både P och Q är sanna (och falsk antingen om P eller Q, eller både P och Q är falska). (se tabell 4). Detta ger att vi om vi förbinder oss att se P&Q som sann så är vi förpliktade att ta *både* P och Q som sanna.

| **P** | **Q** | **P&Q** |
|---|---|---|
| T | T | *T* |
| T | F | *F* |
| F | T | *F* |
| F | F | *F* |

Tabell 4: *Sanningvärdestabell för konjunktion* (&).

# FYRA LOGISKA OPERATORER

(3) *Disjunktion:* (symbol: V) motsvarar “eller”. Tecknet placeras *mellan* två påståenden (atomära och/eller komplexa). Varje delpåstående kallas för en disjunkt. Notera att vi har att göra med ett sk. *inklusivt eller* (dvs. inte “antingen eller” utan “åtminstone något av dessa”).

PVQ (P eller Q)

är sann i fallen då P eller Q, eller både P och Q är sanna, annars (dvs. när både P och Q är falska) är den falsk. (se tabell 5). Detta ger att vi om vi förbinder oss att se PVQ som falsk så är vi förpliktade att ta *både* P och Q som falska.

| **P** | **Q** | **PVQ** |
|---|---|---|
| T | T | *T* |
| T | F | *T* |
| F | T | *T* |
| F | F | *F* |

Tabell 5: *Sanningvärdestabell för disjunktion* (V).

# FYRA LOGISKA OPERATORER

Vi kan nu se att P&Q (P och Q) logiskt implicerar PVQ (P eller Q) eftersom PVQ är sann på alla rader i tabellen där P&Q är sann (den första raden). Tabellen visar alltså att PVQ är en tautologisk (och följaktligen logisk) konsekvens av P&Q.

| **P** | **Q** | **P&Q** | **PVQ** |
|---|---|---|---|
| *T* | *T* | *T* | *T* |
| T | F | F | T |
| F | T | F | T |
| F | F | F | F |

Tabell 6: *Sanningvärdestabell för* P&Q, PVQ.

# FYRA LOGISKA OPERATORER

Nu kan vi visa att PV¬P (P eller ¬P) är en *tautologi* ($=_{df}$ sant oavsett vilka sanningsvärden vi ger de atomära satserna), eller med andra ord: Antingen eller gäller! Om man tittar i den sist ifyllda kolumnen (med satsens primära konnektiv V) så ser vi att den är sann under alla omständigheter.

| **P** | **V** | **(¬P)** |
|---|---|---|
| T | *T* | F |
| F | *T* | T |

Tabell 7: *Sanningvärdestabell för* PV(¬P).

# FYRA LOGISKA OPERATORER

(4) *(Materiell) Implikation* (symbol: →) motsvarar "om… så…". Notera att implikationer är asymmetriska och att det därför är viktigt att rätt påstående hamnar på rätt sida om operatorn. Påståendet på vänstersidan kallas *antecedenten* (försatsen/förledet) och påståendet på högersidan *konsekventen* (eftersatsen/efterledet).

$$P \rightarrow Q \text{ (Om P så Q)}$$

är sann *omm* antingen både P och Q är sanna, P är falsk och Q är sann, eller båda är falska. (se tabell 5).

| **P** | **Q** | **P→Q** |
|---|---|---|
| T | T | *T* |
| T | F | *F* |
| F | T | *T* |
| F | F | *T* |

Tabell 8: *Sanningvärdestabell för materiell implikation* (→).

# FYRA <u>GILTIGA</u> DEDUKTIVA STRUKTURER

(1) *Bekräftande av förledet (modus ponens):* den vanligaste formen. Utgår från en villkorssats, bekräftar att förledet föreligger och drar sedan efterledet som slutsats. Villkorssatsen innebär att P är ett *tillräckligt* villkor för Q och om P föreligger så *måste* Q föreligga.

| FORMELL STRUKTUR: | EXEMPEL: |
|---|---|
| (P1): $P \rightarrow Q$ | Om Frits får chips så blir han glad. |
| <u>(P2): P</u> | Frits får chips. |
| (C): Q | Alltså; Frits blir glad. |

# FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(1) *Bekräftande av förledet (modus ponens):* den vanligaste formen. Utgår från en villkorssats, bekräftar att förledet föreligger och drar sedan efterledet som slutsats. Villkorssatsen innebär att P är ett *tillräckligt* villkor för Q och om P föreligger så *måste* Q föreligga.

| **P** | **Q** | **P→Q** | **P&(P→Q)** | **(P&(P→Q)) →Q** |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | *T* |
| T | F | F | F | *T* |
| F | T | T | F | *T* |
| F | F | T | F | *T* |

Tabell X: *Sanningsvärdestabell för modus ponens.*

# FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(2) *Förnekande av efterledet (modus tollens):* Utgår från en villkorssats, förnekar att förledet föreligger och drar sedan förnekandet av efterledet som slutsats. Villkorssatsen innebär att Q är ett nödvändigt villkor för P och om inte Q föreligger så kan inte P heller vara fallet, alltså måste ¬P gälla.

| FORMELL STRUKTUR: | EXEMPEL: |
|---|---|
| (P1): $P \rightarrow Q$ | Om Frits får chips så blir han glad. |
| <u>(P2): ¬Q</u> | Frits är inte glad. |
| (C): ¬P | Alltså fick Frits inte chips. |

# FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(2) *Förnekande av efterledet (modus tollens):* Utgår från en villkorssats, förnekar att förledet föreligger och drar sedan förnekandet av efterledet som slutsats. Villkorssatsen innebär att Q är ett nödvändigt villkor för P och om inte Q föreligger så kan inte P heller vara fallet, alltså måste ¬P gälla.

| **P** | **Q** | **P→Q** |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| *F* | *F* | *T* |

I det här läget har vi antagit att (P→Q) är sann och att Q är falsk. Den enda raden som tillfredsställer dessa krav är den fjärde och där är även P falsk, alltså i varje instans där (P→Q) är sann och Q är falsk (¬Q är sann) måste P också vara falsk (¬P sann).

# FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(3) *Disjunktiv syllogism:* Utifrån att alla disjunkter utom en *inte* föreligger drar man slutsatsen att den återstående disjunkten föreligger.

| FORMELL STRUKTUR: | EXEMPEL: |
|---|---|
| (P1): PVQ | Jag är hemma eller så är du hemma. |
| (P2): ¬P | Du är inte hemma. |
| (C): Q | Alltså är jag hemma. |

Eftersom disjunktion innebär att åtminstone någon av disjunkterna måste vara sann(a) för att den skall vara sann innebär det att vi kan sluta oss till att om PVQ och ¬P är sanna så måste Q vara sann.

| **P** | **Q** | **PVQ** | **¬P** | **Q** |
|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | T |
| T | F | T | F | F |
| *F* | *T* | *T* | *T* | *T* |
| F | F | F | T | *F* |

# FYRA GILTIGA DEDUKTIVA STRUKTURER

(4) *Kedjeargument:* Genom att flera komplexa påståenden delar vissa (atomära) påståenden så kan de länkas ihop till ett längre argument. Så här:

EXEMPEL:

(P1): Om Alice dricker te så dricker den vita kaninen te.

(P2): Om den vita kaninen dricker te så dricker den galne hattmakaren te.

(P3): Alice dricker te,

(C): den galne hattmakaren dricker te.

FORMELL SRTUKTUR:

$$P \rightarrow Q$$

$$Q \rightarrow R$$

$$\underline{P}$$

$$R$$

# TVÅ FELSLUT

(1) *Förnekande av förledet:* Felet ligger i att man blandar ihop nödvändiga och tillräckliga villkor. Den första premissen uttrycker bara ett tillräckligt villkor, inte ett nödvändigt.

| FORMELL STRUKTUR: | EXEMPEL: |
|---|---|
| (P1): $P \rightarrow Q$ | Om Frits får chips så blir han glad. |
| (P2): $\neg P$ | Frits får inte chips. |
| (C): $\neg Q$ | Alltså; Frits är inte glad. |

,

Jag har andra glädjekällor än chips, de är inte nödvändiga för att jag ska bli glad.

# TVÅ FELSLUT

(2) *Bekräftande av efterledet:* Felet ligger i att man blandar ihop nödvändiga och tillräckliga villkor (igen!).

| FORMELL STRUKTUR: | EXEMPEL: |
|---|---|
| (P1): $P \rightarrow Q$ | Om Frits får chips så blir han glad. |
| (P2): $Q$ | Frits är glad. |
| (C): $P$ | Alltså; Frits har fått chips. |

Återigen: jag har andra glädjekällor än chips och kan alltså vara glad av andra anledningar.

# MODUS PONENS

(logiskt giltig)

$$P \rightarrow Q$$

$$\underline{P}$$

$$Q$$

# MODUS TOLLENS

(logiskt giltig)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ \underline{\neg Q} \\ \neg P \end{array}$$

# DISJUNKTIV SYLLOGISM

(logiskt giltig)

$$\frac{\begin{array}{c} P \vee Q \\ \neg P \end{array}}{Q}$$

# KEDJEARGUMENT

(logiskt giltig )

$$P \rightarrow Q$$

$$Q \rightarrow R$$

$$\underline{P}$$

$$R$$

# FÖRNEKANDE AV FÖRLEDET

(logiskt ogiltig)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ \underline{\neg P} \\ \neg Q \end{array}$$

# BEKRÄFTANDE AV EFTERLEDET

(logiskt ogiltig)

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ \underline{Q} \\ P \end{array}$$

# RELATIONEN MELLAN DEDUKTIVA OCH INDUKTIVA ARGUMENT

Ibland är det svårt att avgöra om ett argument är avsett att vara induktivt eller deduktivt. Ibland kan slutledningsindikatorerna hlälpa oss. Uttryck såsom:

“Det följer att …” “Då kan inte …”

“Alltså måste …”

Tyder på att ett argument är avsett att tolkas som deduktivt.

# ORDINARY LANGUAGE PHILOSOPHY

Of those to whom this, the formaliser's dream, appears a mere dream (I am one of them), some maintain that the logic of every-day statements and even the logic of the statements of scientists, lawyers, historians and bridge-players cannot in principle be adequately represented by the formulae of formal logic. The so-called logical constants do indeed have, partly by deliberate prescription, their scheduled logical powers; but the non-formal expressions both of everyday discourse and of technical discourse have their own unscheduled logical powers, and these are not reducible without remainder to those carefully wired marionettes of formal logic.

Gilbert Ryle, "Ordinary Language", 1953

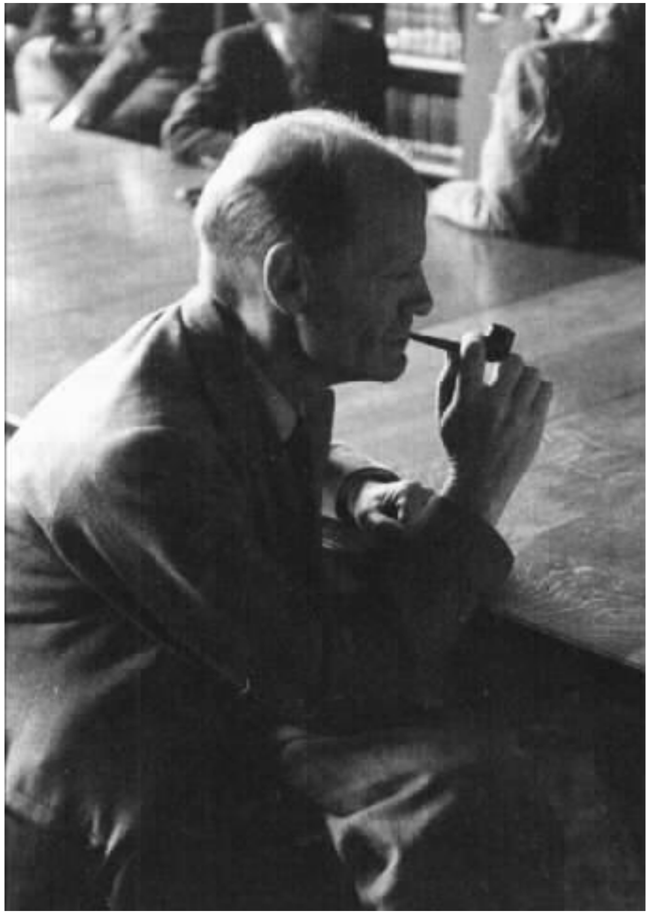


Fig. 16: *Gilbert Ryle*