

Logik Grundkurs – övningar 2

Lärare: Robin Stenwall

1) Härled följande med *Fitch*.

- (a) $A \rightarrow B$ från premiss $A \wedge B$
- (b) \perp från premiss $A \wedge B$ och $\neg A \wedge C$
- (c) C från premisser $A \wedge B$ och $B \rightarrow C$
- (d) $C \vee D$ från premisser $A \wedge B$ och $A \rightarrow C$
- (e) A från premisser $A \vee B$ och $\neg B$
- (f) $\neg A$ från premisser $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$ och $C \rightarrow \perp$
- (g) C från premisser $A \vee B$, $A \rightarrow C$, $B \rightarrow D$ och $D \rightarrow C$
- (h) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ från inga premisser.

2) Vad är felet med detta bevis?

1.	$(A \vee B) \wedge (C \vee D)$	ass.
2.	$(A \rightarrow C)$	ass.
3.	B	ass.
4.	$A \vee B$	\wedge Elim 1
5.	$C \vee D$	\wedge Elim 1
6.	A	Reit 3
7.	C	\rightarrow Elim 2,3
8.	B	Ass
9.	C	Reit 7
10.	C	\vee -Elim 4,6-7,8-9

3) Betrakta följande sekvenser av symboler:

- (a) $\exists x Q(x) \vee \forall z$
- (b) $\forall y (P(x) \rightarrow Q(x))$
- (c) $\forall x \exists z (Q(x) \vee R(z, y))$
- (d) $\forall x \exists z (Q(y) \vee F(z))$

Vilka är *formler* (formulas) och vilka är inte det? Hur många fria variabler innehåller de? Vilka är *satser*?

4) Hitta de fria variablerna i följande formler

- (a) $\exists x (Q(x) \vee \forall z P(y))$
- (b) $\exists x Q(x) \vee \forall z (P(z) \vee R(z, x))$
- (c) $\exists y \exists x \forall z Q(x) \vee \forall z (P(z) \vee R(y, x))$

5) Översätt satserna nedan till FOL. Använd er av följande symboler:

Konstantsymboler:

$h :=$ Harry ; $r :=$ Ron ; $he :=$ Hermione ; $s :=$ Severus, $m :=$ osynlighetsmanteln

Funktionssymboler:

$i(x) :=$ innehavaren av x

Predikatsymboler:

$= :=$ identitet

$S(x) :=$ x är en student på Hogwarts

$P(x,y) :=$ x är y s lärare

$C(x,y) :=$ x är klasskamrat med y [anta att C är transitiv och symmetrisk]

$T(x,y) :=$ x tycker om y

- a) Alla studenter på Hogwarts tycker om Hermione
- b) Någon klasskamrat till Harry tycker om Ron
- c) Harry är student på Hogwarts och har minst en klasskamrat
- d) Någon innehar osynlighetsmanteln men inte Ron
- e) Någon student på Hogwarts tycker inte om Severus
- f) Någon student på Hogwarts tycker inte om hens lärare
- g) Harry är student på Hogwarts och har två klasskamrater

6) (a) : Identifiera den sanningsfunktionella formen hos följande satser

- (i) $\forall xQ(x) \rightarrow (\neg \forall xQ(x) \rightarrow \exists yP(y))$
- (ii) $\forall xQ(x) \rightarrow (\neg \forall yQ(y) \rightarrow \exists yP(y))$
- (iii) $\forall xP(x) \vee \exists y\neg P(y)$
- (iv) $\forall xP(x) \vee \exists yP(y)$
- (v) $\forall x(R(x,y) \rightarrow R(x,x))$
- (vi) $\exists x(P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x,c) \wedge R(c,x)) \rightarrow P(c)$
- (vii) $\forall xP(x) \rightarrow ((P(c) \vee Q(c)) \rightarrow P(c))$
- (viii) $\forall x(P(x) \rightarrow ((P(c) \vee Q(c)) \rightarrow P(c)))$

(b) Vilka är tautologier, vilka av dem är FO-giltiga?

6) Betrakta följande argument.

- (i) Moses är en from man
- (ii) Alla fromma män älskar Gud
- (iii) Så Gud älskar Moses

Formalisera argumentet med hjälp av följande symboler: m , g , $F(x)$, $\ddot{A}(x,y)$.

- (a) Är argumentet giltigt?
- (b) Om det inte är giltigt, rita en modell där premisserna är sanna men slutsatsen falsk.
- (c) Kan vi lägga till en premiss så att argumentet blir giltigt? Vilken?